

ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

SOLUCION GENERAL – ORDEN Y GRADO

1. Determine si las siguientes funciones son solución de la ecuación diferencial indicada. Indica el tipo de solución.

ECUACIÓN DIFERENCIAL	SOLUCIONES	ES O NO ES	TIPO DE SOLUCIÓN
$y'' + y = 0$	$y = 3 + \text{sen } x$		
	$y = A \text{ sen } x + B \text{ cos } x$		
$y''' - 2y'' = 0$	$y = 2x + e^{2x}$		
	$y = A + Bx + Ce^x$		
$y'' + y' = 0$	$y = 5e^{-x}$		
	$y = A + Be^{-x}$		

2. Indique orden y grado de las siguientes ecuaciones diferenciales

ECUACIÓN DIFERENCIAL	ORDEN	GRADO
a) $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 \text{sen } x + 3xy \frac{dy}{dx} + y^2 e^x = 0$		
b) $x^2 \sqrt{y' + 3x} - 2y' = 3 \text{sen } x$		
c) $\frac{d^2y}{dx^2} + 5x^2 \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + 6y = 0$		
d) $(y''')^3 - 4(y')^2 + y^5 = 0$		
e) $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^4 + 2y \frac{d^3y}{dx^3} + y^2 e^x = 0$		

3. Halle la ecuación diferencial de la familia de curvas y grafique varios miembros de cada familia

a) $y = kx^3$

b) $y^2 = Cx$

4. Halle la ecuación de curvas ortogonales y grafique

a) $y = Cx^2$

b) $y = Cx$

5. Halle la ecuación de la familia de curvas, sabiendo que sus isóclinas son las líneas de fuerza del campo eléctrico cuyas curvas equipotenciales son $\cos y = ae^{-x}$

6. Analice si las siguientes funciones son homogéneas y de qué grado

- a) $f(x; y) = x^2 + y^2 - xy$ c) $f(x; y) = (x + y)^{\frac{1}{2}}$
- b) $f(x; y) = x^2 + y$ d) $f(x; y) = \frac{x + y}{x - y}$
-

ECUACIONES DIFERENCIALES DE PRIMER ORDEN

7. Clasifique y resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales

	ECUACIÓN DIFERENCIAL	VARIABLES SEPARABLES	LINEAL	HOMOGÉNEA	EXACTA	BERNOULLI
a	$x y' + y = 0$					
b	$xy' = x - y$					
c	$y' + y = xy^3$					
d	$xy' + y^2 = 1$					
e	$\sqrt{x}y' + \sqrt{y} = 0$					
f	$xy^2y' = y^3 - x^3$					
g	$(x^2 + y^2)dx + 2xy dy = 0$					
h	$(2xy^3 - y)dx + 2x dy = 0$					
j	$y' + y \cos x = \text{sen}2x$					
j	$(x + y^2) dx - 2y x dy = 0$					
k	$(x^3 + xy^2) dx + (x^2y + y^3) dy = 0$					
l	$(x^3 + y^3) + 3xy^2 y' = 0$					
m	$y' = \frac{x^2 + y^2}{xy}$					

8. Halle la solución particular que verifique la condición inicial indicada. Grafique una de ellas.

$$a) \begin{cases} x^{\frac{1}{2}} y' + y^{\frac{1}{2}} = 0 \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} y' + y = 2 \\ y(3) = 3 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} (x^3 + y^3) + 3xy^2 y' = 0 \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} xy' + 2y = 3x^2 \\ y(1) = 5 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} y' + y \cos x = \operatorname{sen} 2x \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} xy' = 3y + x^4 \cos(x) \\ y(2\pi) = 0 \end{cases}$$

PROBLEMAS DE APLICACIÓN

9. Escribir una ecuación diferencial que sea un modelo matemático de la situación descrita:

- La aceleración de un auto deportivo es proporcional a la diferencia entre 250 km/h y la velocidad del auto.
- En una población fija de P habitantes, la razón de cambio del número N de personas que han escuchado cierto rumor es proporcional al número de personas que aún no lo han escuchado.
- En una población fija de P habitantes, la razón de cambio del número N de personas infectadas por una enfermedad, es proporcional al número de personas infectadas **y** al número de personas **no** infectadas.

10. Si la población de un país se duplica cada 50 años ¿en cuántos años será el triple? suponiendo que la velocidad de aumento es proporcional al número de habitantes.

11. En cierto cultivo de bacterias la velocidad de aumento es proporcional al número presente.

- Si se ha hallado que el número se duplica en cuatro horas ¿qué número cabe esperar al cabo de 12 horas?
- Si hay 10.000 bacterias al cabo de una hora ¿cuántas había al principio de la observación?

Optativos

1. Clasifique y resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales

	ECUACIÓN DIFERENCIAL	VARIABLES SEPARABLES	LINEAL	HOMOGÉNEA	EXACTA	BERNOULLI
a	$y' = 2y$					
b	$y y' + x^2 = 0$					
c	$y' = x^2 y$					
d	$yy' = x\sqrt{1+x^2} \sqrt{1+y^2}$					